
Performance du précodeur $\max-d_{\min}$ dans un canal MIMO réaliste avec mobilité

Ghadir Madi — Baptiste Vrigneau — Yannis Pousset — Rodolphe Vauzelle

XLIM-SIC UMR-CNRS 6172, université de Poitiers

Téléport 2, Bd Marie et Pierre Curie, BP 30179 86962 Futuroscope Cedex (France)

Email : {madi, vrigneau, pousset, vauzelle}@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr

RÉSUMÉ. Les systèmes MIMO sont de plus en plus présents dans les systèmes sans fil et permettent d'augmenter la qualité de transmission comme le débit ou la couverture. Dans le cas d'un canal non sélectif en fréquence, le canal se modélise sous forme de matrice complexe. Nous nous plaçons dans le cas où cette matrice est connue à l'émission et que des précodeurs linéaires sont utilisés pour optimiser un critère pertinent. Les travaux présentés ici portent plus particulièrement sur le précodeur $\max-d_{\min}$ qui présente un taux d'erreur binaire intéressant. Le but est d'établir le lien entre la modélisation d'un canal réaliste intégrant un récepteur mobile et les performances du précodeur $\max-d_{\min}$. Le canal obtenu est étudié statistiquement d'une part puis temporellement d'autre part ce qui permet d'appréhender le problème d'estimation du canal dans le temps.

ABSTRACT. Since a few years, MIMO systems have been shown to improve wireless communication by increasing the spectral efficiency. In the case of a frequency non-selective channel (narrowband), the channel is modeled as a complex matrix. We assume here that the transmitter knows this matrix and that a linear precoder is used to optimize a pertinent criteria. This paper deals with the $\max-d_{\min}$ precoder which achieves an interesting bit error rate. The aim is to evaluate the performances of this precoder with a realistic mobile channel modeling. The results are studied with a statistical and time-variant approaches. This permits also to apprehend the problem of estimating the channel.

MOTS-CLÉS : MIMO, précodeur linéaire $\max-d_{\min}$, tracé de rayons 3D, canal réaliste, mobilité, modèle de Jakes

KEYWORDS: MIMO, linear precoder, $\max-d_{\min}$, 3D raytracing, realistic channel, mobility, Jakes model

1. Introduction

Les systèmes de communication MIMO constituent depuis quelques années une solution pour augmenter considérablement l'efficacité spectrale des transmissions numériques et cette technologie est maintenant intégrée dans les normes du WiFi 802.11n et du WiMAX 802.16e. Ces normes sont initialement prévues pour fonctionner en boucle ouverte : l'émetteur ne connaît pas le canal de transmission. Des codes spatio-temporels ont été élaborés pour exploiter la diversité des systèmes multi-antennaires comme le code d'Alamouti ou les "golden codes". Une évolution possible de ces normes est la boucle fermée (optionnelle) : l'information de l'état du canal est présente à l'émission (Channel State Information ou Tx-CSI) et permet d'envisager l'utilisation de précodeurs linéaires. Des critères pertinents sont optimisés comme par exemple la maximisation du rapport signal sur bruit RSB (max-SNR ou beamforming), la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) [SAM 01], la maximisation de la capacité (WF) ou la maximisation de la distance minimale de la constellation reçue ($\max-d_{\min}$) [COL 04]. Ce dernier précodeur montre des performances intéressantes en terme de taux d'erreur binaire (TEB) apportant un gain de RSB non négligeable sur les autres précodeurs [VRI 06]. Néanmoins, ces performances sont obtenues dans un contexte théorique : modèle statistique du canal, estimation parfaite du canal, information complète à l'émetteur, pas de contrainte de complexité ou de consommation. Dans l'article proposé, nos travaux portent sur les performances du précodeur $\max-d_{\min}$ [VRI 06] dans un contexte réaliste et avec un récepteur mobile. Le but est d'évaluer le comportement du précodeur et d'appréhender le problème d'estimation du canal dans le temps. Notre étude du canal est basée sur un logiciel 3D de simulation de propagation d'ondes électromagnétiques développé dans le laboratoire XLIM-SIC [CHA 05]. À partir des résultats obtenus sur un parcours test d'un système MIMO 2×2 , nous proposerons des paramètres discriminants pour connaître le ou les modèles statistiques de canal permettant d'évaluer les performances du $\max-d_{\min}$. Nous introduirons ensuite le problème d'estimation du canal grâce à l'évolution temporelle du canal. L'article se décompose selon le plan suivant. La section 2 présente le principe du précodeur $\max-d_{\min}$. Dans la section 3, nous présentons le simulateur de propagation associé un modèle statistique de Jakes. Dans la section 4, les résultats des statistiques du canal seront exposés puis les performances du précodeur seront analysées dans la partie 5.

2. Le précodeur $\max-d_{\min}$

Soit un système MIMO avec n_T émetteurs et n_R récepteurs par lequel nous voulons acheminer b voies d'information indépendantes. Le modèle MIMO incluant des matrices de précodage \mathbf{F} à l'émission et de décodage \mathbf{G} à la réception s'écrit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_d \mathbf{H}_v \mathbf{F}_d \mathbf{s} + \mathbf{G}_d \mathbf{n}_v \quad (1)$$

où \mathbf{s} ($b \times 1$) est le vecteur de symboles émis, $\mathbf{H}_v = \mathbf{G}_v \mathbf{H} \mathbf{F}_v = (\sigma_1, \dots, \sigma_b)$ est la matrice de canal virtuel dont les éléments sont rangés par ordre décroissant, $\mathbf{n}_v = \mathbf{G}_v \mathbf{n}$ est le vecteur de bruit blanc gaussien ($b \times 1$), \mathbf{F}_d et \mathbf{G}_d représentent les matrices

$(b \times b)$ qui optimisent le précodeur. Dans le cas d'un récepteur basé sur le maximum de vraisemblance (MV), \mathbf{G}_d n'aura pas d'influence sur les résultats et peut être choisie égale à l'identité. La distance euclidienne minimale de la constellation de réception est alors :

$$d_{\min}(\mathbf{F}_d) = \min_{(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_l) \in \mathcal{C}^b, \mathbf{s}_k \neq \mathbf{s}_l} \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_d (\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_l)\| \quad (2)$$

où \mathcal{C} représente l'ensemble de tous les vecteurs émis possibles. L'optimisation de précodeur est alors définie par

$$\mathbf{F}_d = \arg \max_{\mathbf{F}_d} d_{\min}(\mathbf{F}_d) \quad \text{avec} \quad \text{trace}\{\mathbf{F}_d \mathbf{F}_d^*\} = p_0. \quad (3)$$

La solution de \mathbf{F}_d est donnée dans [COL 04] pour $b = 2$ voies de transmission utilisant une MAQ-4. Dans ce cas, le canal virtuel \mathbf{H}_v peut s'écrire :

$$\mathbf{H}_v = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma \end{pmatrix} \quad (4)$$

où $\rho = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ agit comme un gain sur toute la chaîne, $\gamma = \arctan(\frac{\sigma_2}{\sigma_1})$ est un angle caractéristique du canal \mathbf{H}_v ($0 < \gamma \leq \frac{\pi}{4}$). \mathbf{H}_v est donc entièrement caractérisée par ρ et γ . En effet, une valeur de γ proche de 0 indique que la voie 1 est fortement privilégiée (la matrice est mal conditionnée), tandis qu'une valeur proche de $\frac{\pi}{4}$ signifie que les deux voies sont équivalentes (la matrice est bien conditionnée). Le précodeur max- d_{\min} prend deux forme selon γ :

$$\text{i) Si } 0 \leq \gamma \leq \gamma_0, \quad \mathbf{F}_D = \mathbf{F}_{r1} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{6}} & \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{6}} e^{i\frac{\pi}{12}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\text{ii) Si } \gamma_0 < \gamma \leq \frac{\pi}{4}, \quad \mathbf{F}_D = \mathbf{F}_{octa} = \sqrt{\frac{p_0}{2}} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & e^{i\frac{\pi}{4}} \\ -1 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

où $\psi = \arctan \frac{\sqrt{2}-1}{\cos \gamma}$ et $\gamma_0 = \arctan \sqrt{\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{6}+2\sqrt{2}-3}{3\sqrt{3}-2\sqrt{6}+1}} \simeq 17.28^\circ$.

3. Modèle réaliste du canal MIMO avec un récepteur mobile

Considérons la matrice de canal MIMO qui regroupe toutes les réponses impulsionnelles entre les antennes d'émission et de réception. Pour un système MIMO 2×2 , la matrice de canal MIMO en bande large (*Wideband*) [DUR 03] :

$$\mathbf{H}(t, \tau) = \begin{pmatrix} h_{11}(t, \tau) & h_{12}(t, \tau) \\ h_{21}(t, \tau) & h_{22}(t, \tau) \end{pmatrix} \quad (7)$$

où $h_{ij}(t, \tau)$ est la réponse impulsionnelle complexe (RI) entre l'antenne d'émission i et l'antenne de réception j . Elle est définie par :

$$h(t, \tau) = \sum_{i=1}^N \tilde{a}_i(t) \delta(\tau - \tau_i) \quad (8)$$

où δ est la fonction de dirac, N est le nombre de trajets et $\tilde{a}_i(t)$ est le gain complexe. De plus, nous considérons que les trajets arrivent au récepteur avec un retard maximal négligeable devant le temps symbole T_{sym} , c'est-à-dire que le canal est à bande étroite (*Narrowband*) et variant dans le temps (*frequency-flat fading time-variant channel*). Nous avons alors $h(t, \tau) = h(t)$.

Le modèle réaliste du canal MIMO a été obtenu par un logiciel 3D de simulation de propagation d'ondes développé dans le laboratoire XLIM-SIC de l'Université de Poitiers [CHA 05]. Ce simulateur (fig. 1) s'appuie sur l'association d'une technique de tracé de rayons 3D, pour la recherche des trajets dans un environnement réel, et d'une méthode asymptotique en fréquence qui repose sur l'optique géométrique (OG) et la théorie uniforme de la diffraction (TUD). Ainsi, pour une fréquence donnée, nous pouvons obtenir la réponse impulsionnelle complexe (RI) correspondante à une liaison (émetteur-récepteur) choisie dans la scène de l'étude, par exemple, le campus de l'Université de Poitiers dont les caractéristiques sont précisément connues (la géométrie, les matériaux et les positions de l'émetteur et du récepteur). La RI obtenue fournit des informations sur le phénomène de multitrajets, où chaque trajet est caractérisé par son atténuation, son retard et sa phase :

$$h(\tau) = \sum_{i=1}^N \tilde{a}_i \delta(\tau - \tau_i) \quad \text{avec} \quad \tilde{a}_i = a_i e^{-j\theta_i} \quad (9)$$

où a_i est l'atténuation de trajet i retardé par τ_i et la phase θ_i représente l'interaction électromagnétique telles que des réflexions, diffractions, diffusions.

Le campus de l'université de Poitiers (environnement extérieur urbain) a été choisi comme un environnement d'étude dans lequel nous considérons un système MIMO

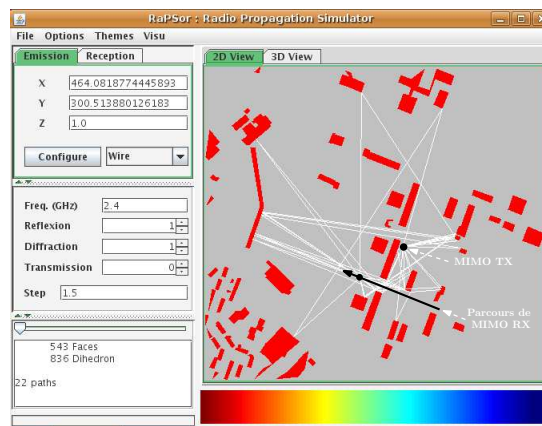


Figure 1. Présentation de l'environnement de RaPSor (Radio Propagation Simulator) : description du campus, calculs des multitrajets, position de l'émetteur et parcours du récepteur

2×2 qui fonctionne à $F = 2.4GHz$ (fig. 1). Les bâtiments sont définis en 3D, l'émetteur est fixe alors que le récepteur se déplace sur un parcours de $242m$ échantillonné avec un pas de $\lambda/2$ (3000 simulations). Cette configuration constitue une visibilité directe (LOS) et non visibilité (NLOS) entre l'émetteur et le récepteur. Dans notre simulation, le récepteur se déplace à trois vitesses ($v = 5, 30$ et $50km/h$) ce qui rend le canal variant dans le temps (*effet Doppler*). La fréquence Doppler maximum correspondant à une vitesse v est égale à $f_{dmax} = \frac{v}{c}F$, où F est la fréquence porteuse et c la célérité de la lumière. Dans notre cas, on a $f_{dmax} = 11, 66, 111 Hz$. Le simulateur fournit la RI du canal à des instants précis sans que la mobilité et l'évolution temporelle du canal ne soient prises en compte (Eq. 9). Pour y remédier, nous devons modifier la RI obtenue par le simulateur pour prendre en compte l'évolution temporelle du canal entre deux acquisitions du canal. L'effet Doppler est modélisé par son spectre qui traduit l'évolution de la puissance reçue en fonction du décalage Doppler. Dans notre scène, on émet l'hypothèse que les trajets reçus sont distribués uniformément et uniquement dans le plan azimutal. Nous avons donc utilisé le spectre de Jakes [PAT 02] pour modifier le résultat de simulateur RaPSor afin d'obtenir une RI du canal réaliste et variante dans le temps. Puis, nous regroupons les RI simulées et modifiées pour obtenir la matrice de canal MIMO \mathbf{H} qui permet de commencer une transmission réaliste dans notre configuration MIMO. La figure 2 montre l'évolution du module des coefficients la matrice MIMO pour $v = 5km/h$ et $v = 50km/h$. Plus la vitesse de déplacement est élevée et plus le canal varie rapidement. Cette évolution temporelle nous permet de pouvoir introduire l'erreur d'estimation du canal pour évaluer le comportement des précodeurs.

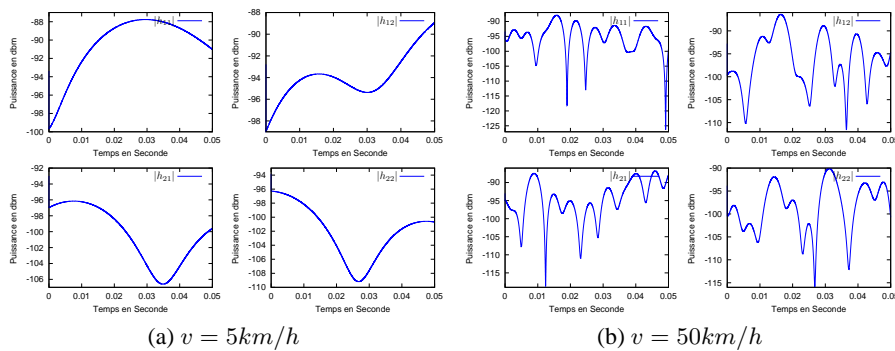


Figure 2. Évolution des coefficients de la matrice de canal pour 2 vitesses

4. Statistiques obtenues et modèles de canaux

L'objectif de ce travail est d'évaluer les statistiques du canal pour les appliquer à l'étude du $\max-d_{\min}$. Le parcours choisi est donné à titre d'exemple et n'est pas généralisable à n'importe quel parcours. Le point de départ est l'étude proposée dans

[VRI 06] où les performances du précodeur $\max-d_{\min}$ sont étudiées à l'aide de 2 variables aléatoires : le gain ρ lié au RSB et l'angle γ lié au conditionnement de \mathbf{H} c'est-à-dire la diversité. Le parcours simulé contient plusieurs modèles statistiques. Pour les discriminer, nous avons retenu le critère de ligne de vue (LOS) ou non (NLOS) et la valeur de ρ . Selon la figure 3, nous pouvons identifier 4 zones d'études. Nous avons remarqué que les comportements du précodeur sont presque identiques dans les zones 1 et 3. Pour cela et afin de simplifier l'explication, nous ne gardons que 3 zones : zone 1 (NLOS), zone 2 (LOS) et la zone 4 que l'on va désormais appeler zone 3 (NLOS).

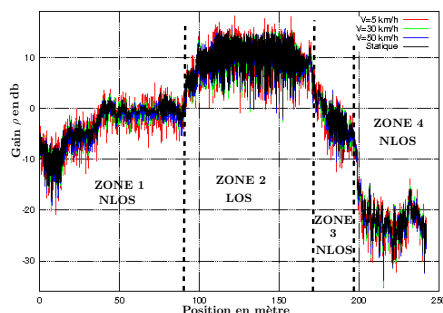


Figure 3. Paramètres et découpage des zones d'étude

Pour étudier statistiquement le précodeur $\max-d_{\min}$ nous avons estimé la densité de probabilité (ddp) de ρ et de γ à l'aide de la méthode du kernel gaussien. La figure 4 montre les ddp de la zone 2 (LOS) pour les trois vitesses et pour le cas statique. La courbe indique également la ddp de ρ et de γ pour un canal théorique de Rayleigh utilisé classiquement et sert de repère. D'après les figures 3 et 4, nous remarquons que

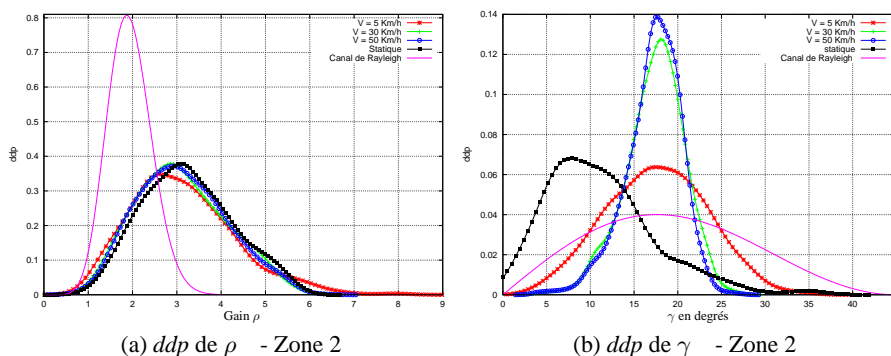


Figure 4. Les estimations des densités de probabilité de ρ et de γ

la vitesse n'influe que très légèrement sur la statistique de ρ . En fait, le gain dépend surtout de l'atténuation entre l'émetteur et le récepteur ce qui est liée à l'environnement et le parcours choisi (LOS, NLOS, trajets constructifs ou destructifs,...). Ces

remarques sont valables pour les 3 zones. La valeur moyenne est plus importante que pour un canal de Rayleigh et peut s'expliquer par la présence d'un trajet direct (zone 2 en LOS).

La deuxième variable caractérisée le précodeur est l'angle γ qui a un rôle clé dans le comportement du précodeur max- d_{\min} : γ permet de choisir entre deux formes de précodeurs permettant d'optimiser la distance minimale. La courbe permet d'apprécier également que la vitesse influe sur la statistique de γ et sur le choix du précodeur : si $\gamma < 17.28^\circ$, le précodeur n'utilise que la première voie et toute la puissance est émise sur cette voie, sinon du signal est émis sur les deux voies afin de profiter des gains pour optimiser d_{\min} . Lorsque les ddp des 3 zones sont comparées, nous constatons qu'elles sont très proches : la vitesse modifie plus significativement l'allure de la ddp que le choix de la zone.

5. Performances du précodeur max- d_{\min} dans les canaux obtenus

La figure 5a donne les TEB moyens du max- d_{\min} pour chaque zone avec une estimation parfaite du canal. Une seule courbe par zone est tracée car la vitesse ne change pas le TEB moyen. Celui-ci est surtout dépendant du ρ de la zone. Ainsi, comme indiqué par la figure 3, le TEB de la zone 2 est le meilleur et celui de la zone 3 est le plus mauvais. L'angle γ n'influence pas le TEB moyen mais permettra de comparer le max- d_{\min} avec d'autres précodeurs. La vitesse n'apporte pas d'amélioration ou de détérioration avec une estimation parfaite mais modifie les variations temporels du canal. Pour évaluer son impact, nous avons introduit une erreur d'estimation selon un modèle très simple : l'information disponible à l'émetteur et au récepteur est actualisée à instants réguliers et sera alors sans erreur. Dans notre simulation, l'intervalle des estimations est de 100 symboles. La figure 5b présente le TEB moyen par zone avec une estimation du canal imparfaite et pour différentes vitesses. La première constatation est l'apparition d'une valeur seuil à fort RSB. Plus la vitesse est élevée et plus la valeur seuil est grande. Par exemple, pour obtenir un TEB de 10^{-2} , la puissance doit être augmentée de 2 dB lorsque la vitesse passe de 5 km/h à 50km/h. Les précodeurs sont sensibles à la vitesse mais restent néanmoins performants en statique voire à faible vitesse.

6. conclusion

Les travaux présentés initient le lien entre l'étude d'un canal réaliste avec mobilité et le précodeur max- d_{\min} . Nous avons part étudié statistiquement le canal avec 2 variables aléatoires influant directement sur le TEB du précodeur en essayant de séparer un trajet test en plusieurs modèles. Nous avons également regardé l'effet de la vitesse sur ces statistiques et le TEB moyen. Le modèle du canal permet d'obtenir l'évolution temporelle et permet ainsi d'évaluer la robustesse du précodeur vis à vis de l'erreur inévitable d'estimation du canal. Les futurs travaux continueront cette étude en comparant le max- d_{\min} à d'autres précodeurs avec l'utilisation de la ddp de γ .

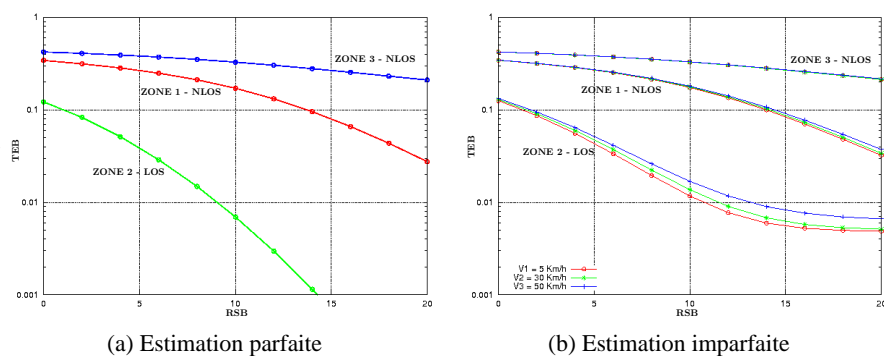


Figure 5. TEB du $\max-d_{\min}$ pour chaque zone avec estimation parfaite ou non

Remerciements

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre des projets ANR SEREADMO et MO-CAMIMODYN.

7. Bibliographie

- [CHA 05] CHARTOIS Y., POUSSET Y., VAUZELLE R., « A SISO and MIMO radio channel characterization with a 3D ray tracing propagation model in urban environment. », 8 pages, *ECPS'05, European Conference on Propagation and Systems*, March 2005.
- [COL 04] COLLIN L., BERDER O., ROSTAING P., BUREL G., « Optimal minimum distance-based precoder for MIMO spatial multiplexing systems », *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 52, n° 3, 2004, p. 617–627.
- [DUR 03] DURGIN G. D., *Space-Time Wireless Channels*, Prentice Hall, 2003.
- [PAT 02] PATZOLD M., *Mobile Fading Channels*, Wiley, 2002.
- [SAM 01] SAMPATH H., STOICA P., PAULRAJ A., « Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion », vol. 49, n° 12, 2001, p. 2198-2206.
- [VRI 06] VRIGNEAU B., LETESSIER J., ROSTAING P., COLLIN L., BUREL G., « Statistical comparison between max-dmin, max-SNR and MMSE precoders. », *Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2006. ACSSC '06.*, October 2006.